

I) Equations du premier degré à une inconnue : présentation.

But : Comment résoudre l'équation $5x + 8 = -2x + 5$?

| | Schémas descriptifs | Equations correspondantes |
|---------|---------------------|-----------------------------------|
| Etape 1 | | $5x + 8 = -2x + 5$ |
| Etape 2 | | donc $5x + 8 + 2x = -2x + 5 + 2x$ |
| Etape 3 | | donc $7x + 8 = 5$ |
| Etape 4 | | donc $7x + 8 - 8 = 5 - 8$ |
| Etape 5 | | donc $7x = -3$ |
| Etape 6 | | donc $x = \frac{-3}{7}$ |

Rédigeons :

$$\begin{aligned}
 &5x + 8 = -2x + 5 \\
 \text{donc } &7x + 8 = 5 \\
 \text{donc } &7x = -3 \\
 \text{donc } &x = \frac{-3}{7}
 \end{aligned}$$

Explication :

La balance est toujours restée en position d'équilibre car on a effectué les mêmes opérations sur chacun des plateaux.

Rédaction :

En pratique, on n'écrit que les équations des étapes 1 ; 3 ; 5 et 6.

L'ensemble de solutions $S = \left\{ \frac{-3}{7} \right\}$

Signifie : « l'ensemble des solutions est l'unique nombre $\frac{-3}{7}$ »

BILAN

II) Résolution d'équations du premier degré à une inconnue.

Principe de base
On cherche les opérations à effectuer **dans chacun des membres** de l'équation pour isoler les termes « en x » et les autres termes.

Propriétés fondamentales
On ne change pas les solutions d'une équation en :
- **ajoutant** (ou en soustrayant) **un même nombre** à chaque membre de l'équation.
- **multipliant** (ou en divisant) **par un même nombre** chaque membre de l'équation.

Equations type

1) Résoudre l'équation : $2x - 5 = 3 + 7x$

$$\begin{aligned} 2x - 5 &= 3 + 7x \\ 2x &= 8 + 7x && \text{on a ajouté 5 à chaque membre} \\ -5x &= 8 && \text{on a soustrait } 7x \text{ à chaque membre} \\ x &= \frac{8}{-5} && \text{on a divisé chaque membre par } -5 \end{aligned}$$

$x = -\frac{8}{5}$ donc $S = \left\{ -\frac{8}{5} \right\}$

2) Résoudre l'équation : $\frac{3-2x}{4} = \frac{4x}{5}$

$$\begin{aligned} \frac{3-2x}{4} &= \frac{4x}{5} \\ 5 \times (3-2x) &= 4 \times (4x) && \text{on effectue les « produits en croix »} \\ 15 - 10x &= 16x && \text{on effectue les calculs} \\ 15 - 22x &= 0 && \text{on a soustrait } 16x \text{ à chaque membre} \\ -22x &= -15 && \text{on a soustrait 15 à chaque membre} \\ x &= \frac{-15}{-22} && \text{on a divisé chaque membre par } -22 \end{aligned}$$

$x = \frac{15}{22}$ donc $S = \left\{ \frac{15}{22} \right\}$

Applications :

Résoudre les équations suivantes :

• $3x - 7 = 5 + 9x$ • $\frac{5-4x}{4} = \frac{x+1}{5}$ • $5x - 19 = 24x - (3x + 13)$

III) Résolution de problèmes.

Etape 1 Choix de l'inconnue.
En fonction de la question posée, choisir l'inconnue. On la nomme en général x .

Etape 2 Traduire l'énoncé.
Il s'agit de traduire l'énoncé sous forme d'équation.

Etape 3 Résolution.

Etape 4 Vérifier la solution.
On remplace x par la valeur trouvée dans chacun des membres de l'équation pour vérifier que l'égalité est bien vérifiée.

Etape 5 Répondre à la question.

Problème type

Une balance à deux plateaux est en équilibre lorsque l'on place 10 cubes et une masse de 2 kg sur l'un des plateaux et 2 cubes et une masse de 30kg sur l'autre. Quelle est la masse d'un cube ?

On pose x la masse d'un cube. C'est ce qu'on nous demande.

On doit résoudre l'équation :

$$10x + 2 = 2x + 30$$

donc $8x = 28$

donc $x = 3,5$ Sur le 1^{er} plateau, il y a $10x$ et 2.
Sur le 2^{ème} plateau, il y a $2x$ et 30.

Un cube pèse 3,5 kg On vérifie $10 \times 3,5 + 2 = 37$
 $2 \times 3,5 + 30 = 37$
puis on conclut.

Problème 1

Pour aller voir un concert, les élèves d'une même classe doivent payer chacun 30 euros. La veille du départ, deux des élèves tombent malade et chaque élève restant doit rajouter 2 euros de plus pour compenser. Combien sont-ils dans la classe ?

Problème 2

Pour aller de Grenoble au col du Lautaret, un touriste à vélo roule à la vitesse de 10 km/h. Il se repose 2 heures au col du Lautaret. Au retour, il roule à la vitesse de 30 km/h. Sachant que l'aller et retour a duré 10 heures en tout, quelle est la distance qui sépare Grenoble du col du Lautaret ?

Problème 3

Sur les cartes téléphoniques de Pierre et de Paul, il y a en tout 178 unités. Si Pierre avait deux unités de plus, il aurait deux fois plus d'unités que Paul. Déterminer le nombre d'unités qu'ils possèdent chacun.