Activités numériques

Exercice 1

		A	B	C	Ta réponse
1	Quelle est l'expression développée de $(3x + 5)^2$?	$3x^2 + 25$	$9x^2 + 25$	$9x^2 + 30x + 25$	C
2	Quelle est l'expression qui est égale à 10 si on choisit la valeur $x = 4$?	$x(x + 1)$	$(x + 1)(x - 2)$	$(x + 1)^2$	B
3	Quelle est la valeur exacte de $\frac{\sqrt{48}}{2}$?	$\sqrt{24}$	3,464	$2\sqrt{3}$	C
4	Quel est le nombre qui est solution de l'équation $2x - (8 + 3x) = 2$	10	−10	2	B
5	En 3eA, sur 30 élèves, il y a 40 % de filles. En 3eB, sur 20 élèves, il y a 60 % de filles. Lorsque les deux classes sont réunies, quel est le pourcentage de filles dans le groupe ?	36 % de filles	48 % de filles	50 % de filles	B

Exercice 2

On donne un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 4.
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi
- Ajouter 4 à ce produit.
- Écrire le résultat

1) Écrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre −2, on obtient 0.

$(-2 + 4) \times (-2) + 4 = -4 + 4 = \boxed{0}$

2) Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.

$(5 + 4) \times 5 + 4 = 45 + 4 = \boxed{49}$

3) a) Faire deux essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme du carré d'un autre nombre entier (les essais doivent figurer sur la copie).

$(0 + 4) \times 0 + 4 = 0 + 4 = \boxed{4}$ et $\boxed{4 = 2^2}$

$(3 + 4) \times 3 + 4 = 21 + 4 = \boxed{25}$ et $\boxed{25 = 5^2}$

b) En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ? Justifier la réponse.

Posons x le nombre de départ. Le programme de calcul donne :

$(x + 4) \times x + 4 = x^2 + 4x + 4$ (*on développe et on réduit*)

$= (x + 2)^2$ (*on factorise à l'aide de la « 1ère identité remarquable »*)

Donc, quelque soit le nombre de départ, le programme de calcul donne le carré du nombre plus deux.

4) On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quels nombres peut-on choisir au départ ?

On cherche les nombres x tels que $(x + 2)^2 = 1$

C'est-à-dire $(x + 2)^2 - 1 = 0$ (*On reconnaît $a^2 - b^2$ qui se factorise en $(a - b)(a + b)$*)

Donc $[(x + 2) - 1][(x + 2) + 1] = 0$

Donc $[x + 1][x + 3] = 0$ (*On réduit les crochets et on reconnaît une équation produit*)

Puisque le produit de facteurs $(x + 1)(x + 3)$ est nul **alors** $x + 1 = 0$ **ou** $x + 3 = 0$

$\boxed{x = -1}$ **ou** $\boxed{x = -3}$

Les nombres que l'on peut choisir sont donc −1 et −3.

Autre version

$(x + 2)^2 = 1$ revient à dire que $x + 2 = 1$ **ou** $x + 2 = -1$

c'est-à-dire $\boxed{x = -1}$ **ou** $\boxed{x = -3}$

Les nombres que l'on peut choisir sont donc −1 et −3.

Exercice 1

1) a) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.

D'une part $\boxed{AC^2} = 15^2 = \boxed{225}$

D'autre part $\boxed{AB^2 + BC^2} = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = \boxed{225}$

Puisque $AC^2 = AB^2 + BC^2$ **alors** d'après la réciproque de Pythagore, ABC est rectangle en B.

b) Tracer en vraie grandeur le triangle ABC sur la copie. Un simple tracé de triangle !

2) a) Placer les points E et F sur la figure. Sans difficulté !

b) Tracer en vraie grandeur le triangle ABC sur la copie.

D'une part $\frac{AE}{AB} = \frac{3}{9} = \boxed{\frac{1}{3}}$

D'autre part $\frac{AF}{AC} = \frac{5}{15} = \boxed{\frac{1}{3}}$

Puisque $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ et que les points A, **E**, **B** et A, **F**, **C** sont alignés dans le même ordre,
alors, d'après la réciproque de Thalès, les droites (**EF**) et (**BC**) sont parallèles.

3) Calculer l'aire du triangle ABC.

Puisque $E \in (AB)$, $F \in (AC)$, $(EF)//(BC)$ **alors**, d'après le théorème de Thalès $\boxed{\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}}$

Donc $\frac{3}{9} = \frac{5}{15} = \frac{EF}{12}$ donc $\frac{3}{9} = \frac{EF}{12}$ donc $\boxed{EF} = \frac{3 \times 12}{9} = \boxed{4}$

Puisque (AB) et (BC) sont perpendiculaires et que (EF) et (BC) sont parallèles, **alors** (AE) et (EF) sont perpendiculaires.
Ainsi le triangle AEF est rectangle en E.

$\boxed{Aire_{AEF}} = \frac{AE \times EF}{2} = \frac{3 \times 4}{2} = \boxed{6}$ Donc l'aire du triangle AEF mesure **6 cm²**

Autre version

Le triangle AEF est une réduction du triangle ABC. Le coefficient de réduction k est égal à $\frac{1}{3}$.

$\boxed{Aire_{ABC}} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{9 \times 12}{2} = \boxed{54}$ Donc l'aire du triangle ABC mesure **54 cm²**

Puisque les longueurs sont multipliées par $k = \frac{1}{3}$, **alors** les aires sont multipliées par $k^2 = (\frac{1}{3})^2 = \frac{1}{9}$

$\boxed{Aire_{AEF}} = \frac{1}{9} \times 54 = \boxed{6}$ Donc l'aire du triangle AEF mesure **6 cm²**

Exercice 2

1) Quelle est la nature du triangle ABD ? Justifier.

Puisque le triangle ABD est inscrit dans le cercle de diamètre l'un de ses côtés [BD], **alors** ABD est rectangle en A.

2) Quelle est la mesure de l'angle ADB ? Justifier.

Puisque le triangle ABC est équilatéral, **alors** tous ses angles mesurent 60°.
Puisque les angles inscrits $\widehat{ADB}$ et $\widehat{ACB}$ interceptent le même arc, **alors** $\widehat{ADB} = \widehat{ACB} = 60°$

*3) On désigne par E le point D tel que le quadrilatère ODEC soit un parallélogramme.
Démontrer que les droites (DC) et (OE) sont perpendiculaires.*

Puisque le parallélogramme ODEC a deux côtés consécutifs de même longueur, **alors** c'est un losange.

Puisque le ODEC est un losange, **alors** ses diagonales [OE] et [CD] sont perpendiculaires.

Problème

M. Durand teste trois cas de figure différents, qu'il étudie séparément dans chacune des situations suivantes.

Situation n° 1 M. Durand décide dans cette partie que AE = 2 .

1) Justifier que HI = 3.

$\boxed{HI} = HB - IB = HB - EA = 5 - 2 = \boxed{3}$ **(m)**

2) Démontrer que HE = 3,75.

Puisque le triangle HIE est rectangle en I, ***alors*** d'après le théorème de Pythagore

$HE^2 = HI^2 + IE^2$
$= 3^2 + 2{,}25^2$
$= 14{,}0625$

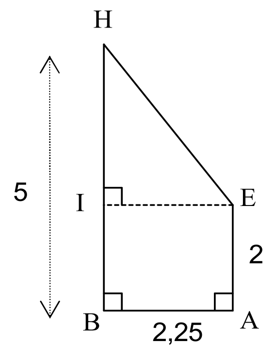
donc $\boxed{HE} = \sqrt{14{,}0625} = \boxed{3{,}75}$ **(m)**

3) Calculer au degré près la mesure de l'angle $\widehat{IHE}$ du toit avec le mur de la maison.

Puisque le triangle HIE est rectangle I,

alors $\tan(\widehat{IHE}) = \dfrac{IE}{IH}$ donc $\tan(\widehat{IHE}) = \dfrac{2{,}25}{3}$

donc $\boxed{\widehat{IHE} = \tan^{-1}\left(\dfrac{2{,}25}{3}\right)} \approx \boxed{37°}$



Situation n° 2 M. Durand décide dans cette partie que $\widehat{IHE}$ = 45° et désire déterminer AE.

1) Quelle est la nature du triangle HIE dans ce cas ? Justifier.

Puisque la somme des angles du triangle HIE mesure 180°,

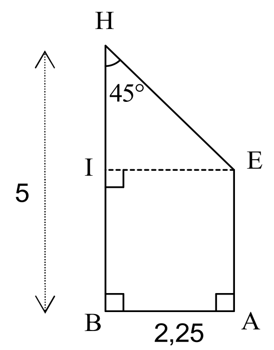
alors $\widehat{IEH} = 180 - (90° + 45°) = 180° - 135° = 45°$

Puisque $\widehat{IEH} = \widehat{IHE}$ et que $\widehat{HIE} = 90°$, ***alors*** le triangle HIE est rectangle isocèle en I.

2) En déduire HI, puis AE.

Puisque le triangle HIE est rectangle iso en I, ***alors*** $\boxed{HI} = IE = \boxed{2{,}25}$ **(m)**

On en déduit $\boxed{AE} = IB = HB - HI = 5 - 2{,}25 = \boxed{2{,}75}$ **(m)**.



Situation n° 3 M. Durand décide dans cette partie que $\widehat{IHE}$ = 60° et désire déterminer AE.

1) Déterminer la valeur arrondie au cm de HI.

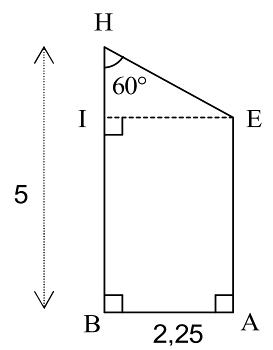
Puisque le triangle HIE est rectangle I,

alors $\tan(\widehat{IHE}) = \dfrac{IE}{IH}$ donc $\tan(60) = \dfrac{2{,}25}{IH}$

donc $\boxed{HI = \dfrac{2{,}25}{\tan(60)}} \approx \boxed{1{,}30}$ **(m)**

2) En déduire la valeur arrondie au cm de AE.

On en déduit $\boxed{AE} = IB = HB - HI \approx 5 - 1{,}3 = \boxed{3{,}7}$ **(m)**.



Situation n° 4 : bilan M. Durand souhaite que la hauteur AE soit comprise entre 3 m et 3,5 m.

En utilisant le graphique, donner une mesure possible de l'angle $\widehat{IHE}$.

$\widehat{IHE}$ peut prendre toutes les valeurs **comprises entre approximativement 48° et 55°.**
Il fallait en choisir une.