DNB 2003 : Groupe Est

Les figures de ce sujet ne sont pas réalisées en vraie grandeur. Elles ne sont pas à reproduire.

Activités numériques 12 points

Exercice 1

1) Ecrire A sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers naturels, b étant le plus petit possible : $A = 2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$

2) Calculer l'expression suivante B et donner son écriture scientifique : $B = \dfrac{150 \times 10^3 \times 8 \times 10^5}{6 \times 10^7}$

Exercice 2 :

On considère l'expression $C = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$

1) Développer et réduire C.

2) Factoriser C.

3) Résoudre l'équation $(2x + 5)(x + 2) = 0$

4) Calculer l'expression C pour $x = -\dfrac{2}{3}$ (on mettra le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

Exercice 3 :

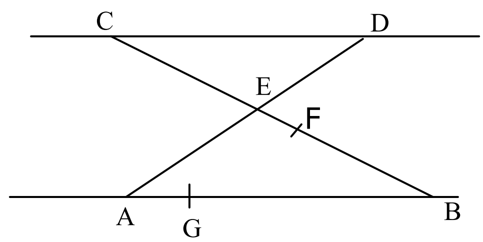
1) Résoudre le système suivant $\begin{cases} 4x + 3y = 206 \\ 2x + 2y = 114 \end{cases}$

2) Lors d'un spectacle, la famille A, composée de 4 adultes et de 3 enfants, a payé 206 euros.
Pour le même spectacle, la famille B, composée de 2 adultes et de 2 enfants, a payé 114 euros.
Combien paiera la famille C, sachant qu'elle est composée de 3 adultes et de 2 enfants ?

Activités géométriques 12 points

Exercice 1

L'unité est le centimètre.
Sur la figure ci-contre, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Les droites (AD) et (BC) se coupent en E.
On donne DE = 6 ; AE = 10 ; AB = 20 ; BE = 16.

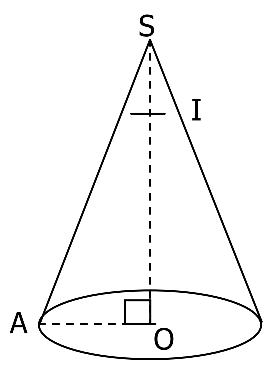


1) Calculer la distance CD.

2) Les points F et G appartiennent respectivement aux segments [BC] et [AB].
Ils vérifient : BF = 12,8 et BG = 16.
Montrer que les droites (FG) et (AE) sont parallèles.

Exercice 2

On considère le cône ci-contre de sommet S et dont la base est le disque de rayon [OA].
Ce cône a pour hauteur SO = 8 cm et pour génératrice SA = 10 cm.
I est un point du segment [SO] tel que SI = 2 cm.



1) Montrer que OA = 6 cm.

2) Montrer que la valeur exacte du volume V du cône est égale à $\boxed{96\pi}$ cm^3.
Donner la valeur arrondie au mm^3 près.

3) Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{ASO}$.

4) On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base et passant par le point I.
La section obtenue est un disque de centre I, réduction du disque de base.

a) Déterminer le rapport k de cette réduction.

b) Soit V ' le volume du cône de sommet S et de base le disque de centre I. Exprimer V ' en fonction de V, puis donner la valeur arrondie de V ' au mm^3 près.

Exercice 3

Sur la figure de la feuille annexe (à rendre avec la copie), sont représentés 8 hexagones réguliers. Les constructions demandées dans cet exercice doivent être effectuées directement sur cette feuille annexe.

1) Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

2) Construire le point Q, symétrique de H par rapport à la droite (BE).

3) Construire le point P, image du point C par la rotation de centre E et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.

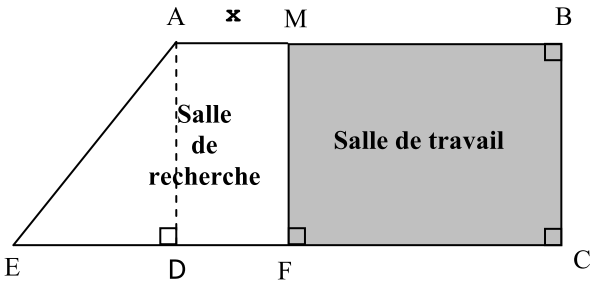
Problème — 12 points

Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

La figure ci-dessous est une vue de la surface au sol du C.D.I. d'un collège. Ce C.D.I. doit être réaménagé en deux parties distinctes : une salle de recherche et une salle de travail.
ABCE est un trapèze rectangle tel que : AB = 9 m ; BC = 8 m et DE = 6 m.
M est un point du segment [AB].

On pose AM = x
(x est une distance exprimée en mètre : $0 < x < 9$).

Rappel :
l'aire d'un trapèze de hauteur h, de bases b et B,
est donnée par $a = \dfrac{h(b + B)}{2}$



Partie I

La documentaliste souhaite que l'aire de la salle de travail soit égale à celle de la salle de recherche.

1) Dans cette question, uniquement, on suppose : x = 1. Calculer l'aire de trapèze AMFE (salle de recherche), et l'aire du rectangle MBCF (salle de travail).

2) **a)** Exprimer, en fonction de x, l'aire du trapèze AMFE.

b) Exprimer, en fonction de x, l'aire du rectangle MBCF.

3) On se propose de représenter graphiquement cette situation à l'aide de deux fonctions affines f et g.
f est définie par : $f(x) = -8x + 72$
g est définie par : $g(x) = 8x + 24$

Sur la feuille de papier millimétrée, construire un repère orthogonal :
- l'origine sera placée en bas à gauche,
- en abscisse, on prendra 2 cm pour 1 unité (2 cm pour 1 m),
- en ordonnée, on prendra 1 cm pour 4 unités (1 cm pour 4 m^2).

Représenter les fonctions affines f et g, pour $0 < x < 9$.

3) **a)** En utilisant le graphique, indiquer la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$, ainsi que l'aire correspondante. Mettre en évidence ces valeurs sur le graphique (pointillés, couleurs...).

b) Retrouver les résultats précédents par le calcul.

Partie II

Dans cette partie, on pose x = 3,5.

1) Donner en cm, les dimensions de la salle de travail MBCF.

2) On souhaite recouvrir le sol de la salle de travail à l'aide d'un nombre entier de dalles carrées identiques, de côté **c** entier le plus grand possible.

a) Expliquer pourquoi **c** est le PGCD de 800 et 550.

b) Calculer la valeur de **c**, en indiquant la méthode utilisée.

c) Combien de dalles sont nécessaires pour recouvrir le sol de la salle de travail ?

3) Les dalles coûtent 13,50 € le mètre carré.
Quelle somme devra-t-on payer pour acheter le nombre de dalles nécessaire ?