

**Exercice 1**      Amérique du Sud 2012      3 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple (QCM).

Pour chaque ligne du tableau trois réponses sont proposées, une seule est exacte.

Écrire dans la dernière colonne la lettre correspondant à la bonne réponse (aucune justification n'est demandée et une réponse fautive n'enlève pas de point) :

		A	B	C	Ta réponse
1	L'expression développée de $(3x - 5)^2$ est :	$3x^2 - 25$	$9x^2 - 30x + 25$	$9x^2 - 25$	<b>B</b>
2	L'expression factorisée de $16x^2 - 49$ est :	$(4x - 7)(4x + 7)$	$(4x - 7)^2$	$(16x + 7)(16x - 7)$	<b>A</b>
3	L'écriture scientifique de 65 100 000 est :	$6,51 \times 10^7$	$651 \times 10^5$	$6,51 \times 10^{-7}$	<b>A</b>

**Exercice 2**      Asie 2013      4 points

Pour chacune des quatre affirmations ci-dessous, indiquer si elle est vraie ou fautive en argumentant la réponse.

**Affirmation n° 1** : Le pgcd de 18 et 36 est 9. **FAUX**

$$D_{18} = \{1; 2; 3; 6; 9; 18\} \quad \text{et} \quad D_{36} = \{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\} \quad \text{donc} \quad \text{PGCD}(18; 36) = 18$$

**Affirmation n° 2** : Le double de  $\frac{9}{4}$  est égal à  $\frac{9}{2}$ . **VRAI**

$$2 \times \frac{9}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9 \times 2}{2 \times 2} = \frac{9}{2}$$

**Affirmation n° 3** : Le carré de  $3\sqrt{5}$  est égal à 15. **FAUX**

$$(3\sqrt{5})^2 = 3^2 \times \sqrt{5}^2 = 9 \times 5 = 45$$

**Affirmation n° 4** : Pour tous les nombres  $x$ , on a  $(2x + 3)^2 = 9 + 2x(2x + 3)$  **FAUX**

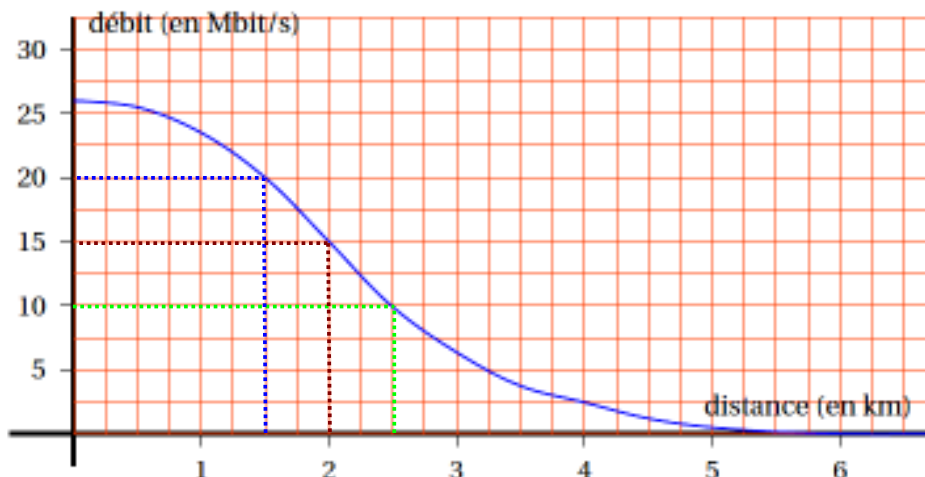
$$* (2x + 3)^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

$$* 9 + 2x(2x + 3) = 9 + 2x \times 2x + 2x \times 3 = 4x^2 + 6x + 9$$

**Exercice 3****Pondichéry 2010****3 points**

Le débit d'une connexion internet varie en fonction de la distance du modem par rapport au central téléphonique le plus proche.

On a représenté ci-dessous la fonction qui, à la distance du modem au central téléphonique (en kilomètres), associe son débit théorique (en mégabits par seconde).



1) Marie habite à 2,5 km d'un central téléphonique. Quel débit de connexion obtient-elle ?

Marie obtient donc un débit de **10 Mbits/s**.

2) Paul obtient un débit de 20 Mbits/s. À quelle distance du central téléphonique habite-t-il ?

Paul habite à une distance de **1,5 km** du central.

3) Pour pouvoir recevoir la télévision par internet, le débit doit être au moins de 15 Mbits/s. À quelle distance maximum du central doit-on habiter pour pouvoir recevoir la télévision par internet ?

Pour obtenir la télévision par internet il faut vivre au maximum à une distance de **2 km** du central.

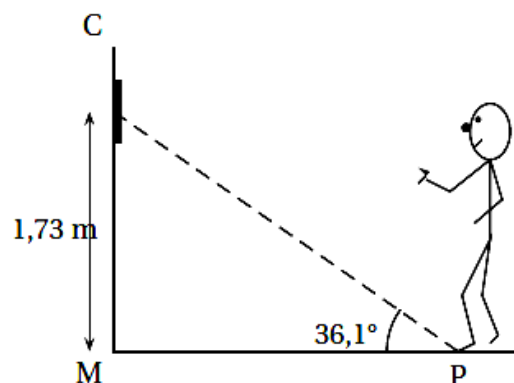
**Exercice 4****Asie 2013****5 points**

Le jeu de fléchettes consiste à lancer 3 fléchettes sur une cible. La position des fléchettes sur la cible détermine le nombre de points obtenus.

La cible est installée de sorte que son centre se trouve à 1,73 m du sol. Les pieds du joueur ne doivent pas s'approcher à moins de 2,37 m lorsqu'il lance les fléchettes.

Pour cela, un dispositif électronique est installé qui en mesurant l'angle calcule automatiquement la distance du joueur au mur.

Il sonne si la distance n'est pas réglementaire.



1) Un joueur s'apprête à lancer une fléchette. La droite passant par le centre de la cible et son pied fait un angle de  $36,1^\circ$  avec le sol. Le mur est perpendiculaire au sol.

Est-ce que la sonnerie va se déclencher ? Justifier la réponse.

Puisque le triangle **CMP** est rectangle en **M**, alors :

$$\tan(\hat{P}) = \frac{MC}{MP}$$

donc :

$$MP = \frac{1,73}{\tan(36,1)} \approx 2,372 \text{ m}$$

$$\tan(36,1) = \frac{1,73}{MP}$$

Le joueur ne déclenchera donc pas la sonnerie puisqu'il se trouve à plus de **2,37 m** du mur.

- 2) On a relevé dans le tableau ci-dessous les points obtenus par Rémi et Nadia lors de sept parties de fléchettes. Le résultat de Nadia lors la partie 6 a été égaré.

Partie n°	1	2	3	4	5	6	7
Nadia	12	62	7	100	81	x	30
Rémi	40	35	85	67	28	74	28

- a) Sachant que Nadia a obtenu en moyenne 51 points par partie, calculer le nombre de points qu'elle a obtenus à la 6<sup>ème</sup> partie.

Soit  $x$  le résultat de Nadia lors de la partie 6.

$$\frac{12 + 62 + 7 + 100 + 81 + x + 30}{7} = 51$$

$$x = 357 - 292$$

donc :  $x + 292 = 51 \times 7$

$$x = 65$$

Nadia a donc obtenu **65** points lors de la partie 6.

- b) Déterminer la médiane de la série de points obtenus par Rémi.

Commençons par ranger les résultats de Rémi dans l'ordre croissant :

28 / 28 / 35 / **40** / 67 / 74 / 85

Il y a 7 résultats, la médiane est donc la 4<sup>ème</sup> valeur, c'est à dire **40**.

### Exercice 5 Amérique du Sud 2013

5 points

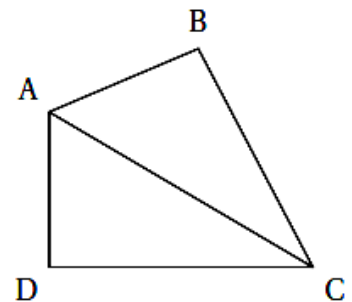
Jean-Michel est propriétaire d'un champ, représenté par le triangle ABC ci-contre. Il achète à son voisin le champ adjacent, représenté par le triangle ADC.

On obtient ainsi un nouveau champ formé par le quadrilatère ABCD.

Jean Michel sait que le périmètre de son champ ABC est de 154 mètres et que BC = 56 m.

Son voisin l'informe que le périmètre du champ ADC est de 144 mètres et que AC = 65 m.

De plus, il sait que AD = 16 m.



- 1) a) Justifier que les longueurs AB et DC sont respectivement égales à 33 m et 63 m.

$$* P_{ABC} = AB + BC + AC = AB + 56 + 65 = 154 \quad \text{donc} \quad AB = 154 - 56 - 65 = 33 \text{ m}$$

$$* P_{ADC} = AD + DC + AC = 16 + DC + 65 = 144 \quad \text{donc} \quad DC = 144 - 16 - 65 = 63 \text{ m}$$

- b) Calculer le périmètre du champ ABCD.

$$* P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 33 + 56 + 63 + 16 = 168 \text{ m}$$

- 2) Démontrer que le triangle ADC est rectangle en D.

[AC] est le plus grand côté ;

D'une part :  $AC^2 = 65^2 = 4225$

D'autre part :  $AD^2 + DC^2 = 16^2 + 63^2 = 256 + 3969 = 4225$

Puisque  $AC^2 = AD^2 + DC^2$ , alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle **ADC** est rectangle en **D**.

On admet que le triangle **ABC** est rectangle en **B**.

3) Calculer l'aire du champ **ABCD**.

$$\text{Aire}_{ABCD} = \text{Aire}_{ABC} + \text{Aire}_{ADC} = \frac{AB \times BC}{2} + \frac{AD \times DC}{2} = \frac{33 \times 56}{2} + \frac{16 \times 63}{2} = 924 + 504 = 1428 \text{ m}^2$$

4) Jean-Michel veut clôturer son champ avec du grillage.

Il se rend chez son commerçant habituel et tombe sur l'annonce suivante :

**Grillage : 0,85 € par mètre**

Combien va-t-il payer pour clôturer son champ ?

Puisque le périmètre de **ABCD** est de **168 m**, alors Jean-Michel devra payer **142,80 €**

En effet:  $168 \times 0,85 = 142,8$

### Exercice 6 Amérique du Sud 2013

7 points

Un jeu est constitué des dix étiquettes suivantes toutes identiques au toucher qui sont mélangées dans un sac totalement opaque.

Deux angles droits seulement

Quatre angles droits

Côtés opposés égaux deux à deux

Deux côtés égaux seulement

Quatre côtés égaux

Côtés opposés parallèles

Deux côtés parallèles seulement

Diagonales égales

Diagonales qui se coupent en leur milieu

Diagonales perpendiculaires

1) On choisit au hasard une étiquette parmi les dix.

a) Quelle est la probabilité de tirer l'étiquette « Diagonales égales » ?

$$p(\text{« Diagonales égales »}) = \frac{1}{10} \text{ en effet il y a une seule étiquette sur les 10 étiquettes du sac.}$$

b) Quelle est la probabilité de tirer une étiquette sur laquelle est inscrit le mot « diagonales » ?

$$p(\text{« Diagonales »}) = \frac{3}{10}$$

c) Quelle est la probabilité de tirer une étiquette portant à la fois le mot « côtés » et le mot « diagonales » ?

$$p(\text{« côtés » et « diagonales »}) = \frac{0}{10} = 0$$

2) On choisit cette fois au hasard deux étiquettes parmi les dix et on doit essayer de dessiner un quadrilatère qui a ces deux propriétés.

a) Madjid tire les deux étiquettes suivantes :

**Diagonales perpendiculaires**

**Diagonales égales**

Julie affirme que la figure obtenue est toujours un carré. Madjid a des doutes. Qui a raison? Justifier la réponse.

Julie n'a pas raison. En effet ce quadrilatère n'est même pas un parallélogramme puisque l'on ne sait pas si ses diagonales se coupent en leur milieu.

b) Julie tire les deux étiquettes suivantes :

Côtés opposés parallèles

Quatre côtés égaux

Quel type de figure Julie est-elle sûre d'obtenir ?

Un quadrilatère ayant ses côtés opposés parallèles et tous ses côtés égaux est un **losange**.

3) Lionel tire les deux étiquettes suivantes :

Deux côtés égaux seulement

Quatre angles droits

Lionel est déçu. Expliquer pourquoi.

Lionel est déçu car il ne pourra pas dessiner de quadrilatère qui a ces 2 propriétés. En effet, on ne peut pas avoir quatre angles droits et seulement deux côtés égaux.

### Exercice 7 France 2012

4 points

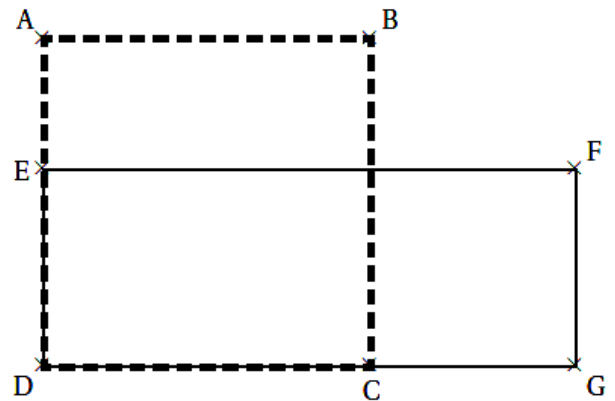
Le dessin ci-contre représente une figure composée d'un carré ABCD et d'un rectangle DEFG.

E est un point du segment [AD].

C est un point du segment [DG].

Dans cette figure la longueur AB peut varier mais on a toujours :

AE = 15 cm et CG = 25 cm.



1) Dans cette question on suppose que : AB = 40 cm.

a) Calculer l'aire du carré ABCD.  $Aire_{ABCD} = AB^2 = 40^2 = 1600 \text{ cm}^2$

β) Calculer l'aire du rectangle DEFG.

$$Aire_{DEFG} = ED \times DG = (40 - 15) \times (40 + 25) = 25 \times 65 = 1625 \text{ cm}^2$$

2) Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré ABCD soit égale à l'aire du rectangle DEFG? Si oui, calculer AB. Si non, expliquer pourquoi.

Soit  $x$  la longueur de AB.

$$Aire_{ABCD} = AB^2 = x^2 \text{ et } Aire_{DEFG} = ED \times DG = (x - 15) \times (x + 25) = x^2 + 25x - 15x - 375 = x^2 + 10x - 375$$

On cherche la valeur de  $x$  pour que :  $Aire_{DEFG} = Aire_{ABCD}$

$$\text{C'est à dire : } x^2 + 10x - 375 = x^2$$

$$10x - 375 = 0$$

$$10x = 375$$

$$x = \frac{375}{10} = 37,5$$

Donc pour que les aires du carré ABCD et du rectangle DEFG soient égales, il faut que AB = 37,5 cm.

### Exercice 8 Pondichéry 2010

5 points

Un disquaire en ligne propose de télécharger légalement de la musique.

– Offre A : 1,20 € par morceau téléchargé avec un accès gratuit au site.

– Offre B : 0,50 € par morceau téléchargé une fois payé un abonnement annuel de 35 €.

1) Complète dans le tableau suivant, le prix pour 10 et 80 morceaux téléchargés par an selon les deux offres.

Nombre de morceaux téléchargés dans l'année	10	80
Prix avec l'offre A (en €)	12	96
Prix avec l'offre B (en €)	40	75

2) Soit  $f$  et  $g$  les deux fonctions définies par :  $f : x \rightarrow 1,2x$  et  $g : x \rightarrow 0,5x + 35$ .

Représente sur la feuille de papier millimétré, dans le repère ci-dessous, les représentations graphiques des fonctions  $f$  et  $g$ .

On prendra 1 cm pour 10 morceaux en abscisse et 1 cm pour 10 € en ordonnée.

3) Détermine le nombre de morceaux pour lequel les prix sont les mêmes. Aucune justification n'est demandée.

Les prix sont les mêmes pour un total de **50** morceaux achetés.

