

Activité : introduction aux probabilités

Dans chacune des situations décrites ci-dessous, une ou plusieurs questions sont posées. Quand c'est possible, répondre à la question, et dans le cas contraire, expliquer pourquoi on ne peut pas répondre.

Énoncé 1 : Je jette une pièce de monnaie non truquée.

Question : Combien ai-je de chances d'avoir « Pile »

.....

Énoncé 2 : Je lance un dé classique non truqué.



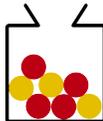
Question 1. Combien ai-je de chances d'avoir un « 2 » ?

.....

Question 2. Combien ai-je de chances d'avoir un numéro pair ?

.....

Énoncé 3 : Une urne contient 3 boules jaunes et 4 boules rouges. Les boules sont indiscernables au toucher. Je tire une boule (sans regarder !).



Question 1 : Combien ai-je de chances de tirer une boule jaune ?

.....

Question 2 : Combien ai-je de chances de tirer une boule rouge ?

.....

Énoncé 4 : Je lance une punaise.



Question : Combien ai-je de chances que la punaise tombe sur sa tête (position 1) ?

.....

Énoncé 5 : Dans une classe de 25 élèves, il y a 15 filles, et 19 élèves portent un sweat. Je choisis au hasard un élève dans cette classe.

Question 1 : Combien ai-je de chances de choisir un garçon ?

.....

Question 2 : Combien ai-je de chance de choisir un élève portant un pull ?

.....

Activité : introduction aux probabilités

Dans chacune des situations décrites ci-dessous, une ou plusieurs questions sont posées. Quand c'est possible, répondre à la question, et dans le cas contraire, expliquer pourquoi on ne peut pas répondre.

Énoncé 1 : Je jette une pièce de monnaie non truquée.

Question : Combien ai-je de chances d'avoir « Pile »

.....

Énoncé 2 : Je lance un dé classique non truqué.



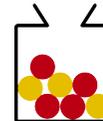
Question 1. Combien ai-je de chances d'avoir un « 2 » ?

.....

Question 2. Combien ai-je de chances d'avoir un numéro pair ?

.....

Énoncé 3 : Une urne contient 3 boules jaunes et 4 boules rouges. Les boules sont indiscernables au toucher. Je tire une boule (sans regarder !).



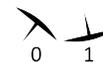
Question 1 : Combien ai-je de chances de tirer une boule jaune ?

.....

Question 2 : Combien ai-je de chances de tirer une boule rouge ?

.....

Énoncé 4 : Je lance une punaise.



Question : Combien ai-je de chances que la punaise tombe sur sa tête (position 1) ?

.....

Énoncé 5 : Dans une classe de 25 élèves, il y a 15 filles, et 19 élèves portent un sweat. Je choisis au hasard un élève dans cette classe.

Question 1 : Combien ai-je de chances de choisir un garçon ?

.....

Question 2 : Combien ai-je de chance de choisir un élève portant un pull ?

.....

Bilan I – Probabilité : vocabulaire et notation

On lance une pièce de 1 € bien équilibrée, sans défaut au dessus d'une table et on observe le côté qu'elle présente en retombant.

Deux résultats (appelés aussi événements ou issues) sont possibles : « Pile » et « Face ».

Si la pièce n'est pas truquée, on a autant de chance d'obtenir « Pile » que d'obtenir « Face », à savoir chance sur

On dit que la probabilité d'obtenir « Pile » est égale à, De même, la probabilité d'obtenir « Face » est égale à



Remarques :

- Cela ne veut pas dire que je suis d'obtenir 50 « Pile » et 50 « Face » si je lance la pièce 100 fois !
 - Même si j'obtiens 10 « Pile » de suite, j'ai toujours une probabilité d'obtenir « Face » égale à $\frac{1}{2}$.
- Mais il serait peu probable de n'obtenir que des « Pile » sur 20 lancers, encore moins probable sur 100 lancers, etc.

Notation :

On peut noter **p (Face)** ou même **p (F)** la probabilité d' « obtenir Face ».

On peut noter **p (2)** la probabilité d' « obtenir un 2 ».

Applications flash :

- Quand on lance un dé cubique classique, non truqué, quelle est la probabilité d'obtenir la face 2 ? la face 4 ? la face 5 ?

p (2) = p (4) = p (5) =



- Un dé cubique non classique est constitué d'une face 1, de deux faces 4 et de trois faces 5. Quelle est la probabilité d'obtenir la face 2 ? la face 4 ? la face 5 ?

p (2) = p (4) = p (5) =

- Quand on lance une pièce équilibrée, quelle est la probabilité d'obtenir Pile ? d'obtenir Face ?

p (P) = p (F) =

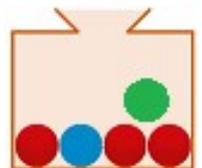


- Une pièce truquée présente le côté Pile avec une probabilité de $\frac{2}{3}$. Quelle est la probabilité Face ?

p (F) =

- Quand on pioche une boule dans un sac qui contient 3 boules rouges, 1 boule bleue et 1 boule verte, quelle est la probabilité d'obtenir une boule rouge ? une boule noire ? une boule qui ne soit pas jaune ?

p (R) = p (N) = p (non J) =



- Les quatre couleurs d'un jeu de cartes sont : Pique, Cœur, Trèfle, Carreau.

Un jeu de 32 cartes contient 8 cartes (7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi et As) de chaque couleur.

Un jeu de 52 cartes contient 13 cartes (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi et As) de chaque couleur.

Quelle est la probabilité de tirer le 5 de carreau ? de tirer un trèfle ? de tirer un roi ?

Avec le jeu de 32 cartes → p (5C) = p (T) = p (R) =

Avec le jeu de 52 cartes → p (5C) = p (T) = p (R) =



Document n° 1 (Vocabulaire)

→ On peut représenter les issues possibles d'une expérience aléatoire à l'aide d'un diagramme appelé **arbre des possibles** :

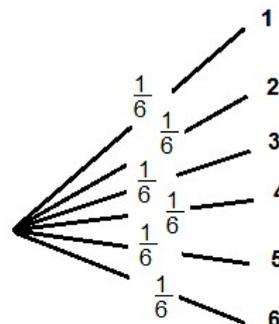
- chaque éventualité est inscrite en bout de branche ;
- la probabilité de chaque éventualité est écrite sur la branche (on dit alors que l'on a **pondéré** les branches).

→ On dit qu'une expérience est **équiprobable** lorsque toutes les éventualités ont la même probabilité de se produire.

Document n° 2 Voici quatre expériences aléatoires :

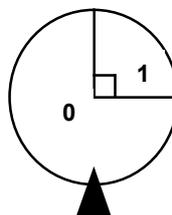
Expérience n° 1

On lance un dé à 6 faces, non truqué, dont on peut représenter les issues à l'aide de l'arbre ci-contre :



Expérience n° 2

On fait tourner la roue de loterie équilibrée ci-contre et on lit le numéro du secteur qui s'arrête devant le curseur triangulaire.



Expérience n° 3

On lance une pièce bien équilibrée à Pile ou Face.

Expérience n° 4

On tire une boule numérotée dans le sac opaque ci-contre :



En utilisant les documents n° 1 et n° 2, pour chacune des expériences :

- dessiner l'arbre des possibles, pondéré par les probabilités (s'il n'est pas déjà fait) ;
- dire si elle est équiprobable ;
- faire la somme des probabilités de toutes les éventualités. Vérifier une propriété déjà rencontrée.

Bilan II – Evénements

- **Evénement certain :**

Un événement est qualifié de **certain** lorsqu'il se réalise à chaque fois.

Sa probabilité est toujours égale à

Exemple : « Obtenir une boule verte » dans une urne ne contenant que des boules

- **Evénement impossible :**

Un événement est qualifié **d'impossible** lorsqu'il ne se réalise jamais.

Sa probabilité est toujours égale à

Exemple : « Tirer un 2 de trèfle » dans un jeu de cartes.

- **Evénements incompatibles :**

Deux événements sont **incompatibles** lorsqu'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.

Exemple : « Obtenir un » et « Obtenir un chiffre impair » en lançant un dé à 6 faces.

- **Evénement contraire :**

Deux événements sont **contraires** si l'un se réalise chaque fois que l'autre ne se réalise pas.

Exemple : « Obtenir un jeton » et « Obtenir un jeton jaune ou bleu » dans un sac contenant uniquement des jetons rouges, jaunes ou bleus.

Bilan II – Evénements

- **Evénement certain :**

Un événement est qualifié de **certain** lorsqu'il se réalise à chaque fois.

Sa probabilité est toujours égale à

Exemple : « Obtenir une boule verte » dans une urne ne contenant que des boules

- **Evénement impossible :**

Un événement est qualifié **d'impossible** lorsqu'il ne se réalise jamais.

Sa probabilité est toujours égale à

Exemple : « Tirer un 2 de trèfle » dans un jeu de cartes.

- **Evénements incompatibles :**

Deux événements sont **incompatibles** lorsqu'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.

Exemple : « Obtenir un » et « Obtenir un chiffre impair » en lançant un dé à 6 faces.

- **Evénement contraire :**

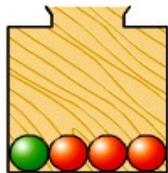
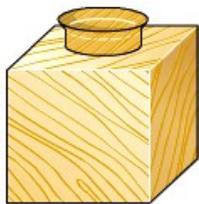
Deux événements sont **contraires** si l'un se réalise chaque fois que l'autre ne se réalise pas.

Exemple : « Obtenir un jeton » et « Obtenir un jeton jaune ou bleu » dans un sac contenant uniquement des jetons rouges, jaunes ou bleus.

Activité Expérience à deux épreuves

Remarque : l'urne contient 3 boules rouges et 1 boule verte.

Expérimenter avec une urne et une roue

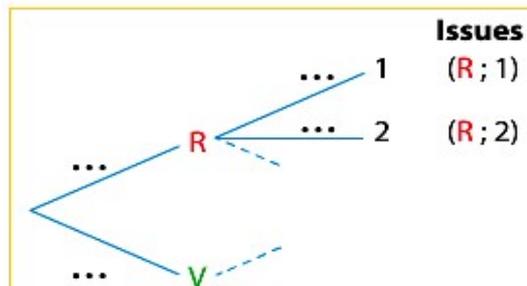


Une expérience consiste à :

- tirer d'abord une boule au hasard de l'urne ci-contre, puis la reposer dans l'urne ;
- tourner ensuite la roue bien équilibrée ci-contre.



Une issue de cette expérience est par exemple $(R ; 1)$: cela signifie que l'on a tiré une boule rouge de l'urne et que le 1 est sorti sur la roue.



Questions :

- Comprendre d'abord pourquoi, après calcul, $p(R ; 1) = \frac{3}{8}$ puis compléter la propriété ci-dessous.
- Terminer et compléter ensuite l'arbre des possibles pondéré par les probabilités.

Propriété

Avec l'arbre d'une expérience aléatoire à deux épreuves, la probabilité de l'issue auquel conduit un chemin est égale des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

Exemple : $p(R ; 1) = p(R) \times p(1) = \dots \times \dots = \dots$

Prolongement :

L'urne et la roue mentionnées par la suite sont les mêmes que dans l'activité.

On paye 2 € pour jouer au jeu suivant :

On pioche une boule dans l'urne.

Si je pioche une boule rouge, j'ai perdu et le jeu s'arrête.

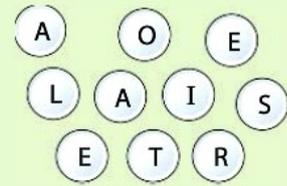
Si je pioche une boule verte, j'ai gagné. Pour déterminer la somme gagnée, je tourne la roue et :

- on me donne 2 € si j'obtiens le secteur 1.
- on me donne 5 € si j'obtiens le secteur 2.
- on me donne 20 € si j'obtiens le secteur 3.

Question : Ce jeu m'est-il favorable et si c'est le cas, à quel gain dois-je m'attendre ?

On tourne les jetons ci-contre sur une table de façon à ne pas voir la lettre qui est inscrite. On les mélange.

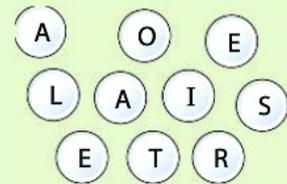
- On tire au hasard un jeton ; on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V), on le repose et on mélange ;
- on tire ensuite un deuxième jeton au hasard et on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V).



- Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités sous forme décimale.
- Calculer la probabilité de tirer deux consonnes.

On tourne les jetons ci-contre sur une table de façon à ne pas voir la lettre qui est inscrite. On les mélange.

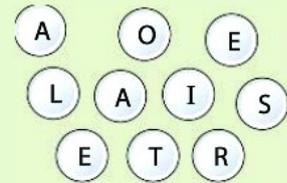
- On tire au hasard un jeton ; on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V), on le repose et on mélange ;
- on tire ensuite un deuxième jeton au hasard et on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V).



- Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités sous forme décimale.
- Calculer la probabilité de tirer deux consonnes.

On tourne les jetons ci-contre sur une table de façon à ne pas voir la lettre qui est inscrite. On les mélange.

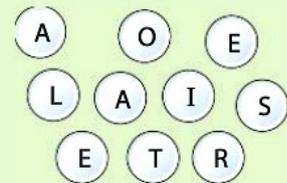
- On tire au hasard un jeton ; on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V), on le repose et on mélange ;
- on tire ensuite un deuxième jeton au hasard et on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V).



- Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités sous forme décimale.
- Calculer la probabilité de tirer deux consonnes.

On tourne les jetons ci-contre sur une table de façon à ne pas voir la lettre qui est inscrite. On les mélange.

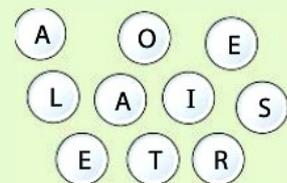
- On tire au hasard un jeton ; on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V), on le repose et on mélange ;
- on tire ensuite un deuxième jeton au hasard et on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V).



- Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités sous forme décimale.
- Calculer la probabilité de tirer deux consonnes.

On tourne les jetons ci-contre sur une table de façon à ne pas voir la lettre qui est inscrite. On les mélange.

- On tire au hasard un jeton ; on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V), on le repose et on mélange ;
- on tire ensuite un deuxième jeton au hasard et on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V).

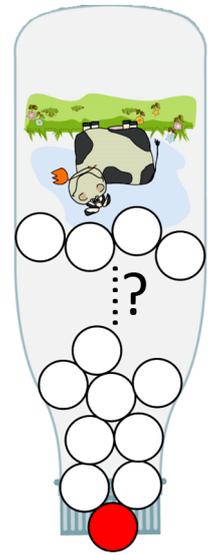


- Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités sous forme décimale.
- Calculer la probabilité de tirer deux consonnes.

Activité Combien de boules dans la bouteille ?

Énoncé :

Une bouteille contient des boules de couleur.
 On ne connaît ni les couleurs de ces boules, ni leur nombre.
 On peut faire apparaître une boule de couleur en retournant la bouteille.



Étape 1 Simulation par expérience pratique

En retournant 20 fois la bouteille qui t'a été remise, tu obtiens :

Au bout de 20 tests						
Effectif						
Fréquence						

En retournant 50 fois la bouteille qui t'a été remise, tu obtiens :

Au bout de 50 tests						
Effectif						
Fréquence						

Bilan : Les sont différentes des mais plus on effectue de et plus

Étape 2 Simulation sur calculatrice

Deux élèves souhaitent simuler l'expérience précédente en réalisant 50 tirages de jetons à l'aide de leur calculatrice. Ils sont pratiquement d'accord sur la procédure à suivre mais ils n'arrivent pas à se mettre d'accord. Voici leur idée :

Ils veulent tous les deux afficher sur l'écran de leur calculatrice un nombre entier aléatoire. Mais Théo affirme que le nombre doit être compris entre 1 et 3 et Halima pense quant à elle que c'est entre 1 et 6. Et pour cause ! Voici les deux tableaux proposés par chacun :

Théo propose d'associer un entier par couleur.

Nombre	Couleur
1	Rouge
2	Vert
3	Bleu

Halima voudrait aussi associer un entier mais par jeton.
Halima voudrait aussi associer un entier mais par jeton.

Nombre	Couleur
1	Rouge
2	Vert
3	Vert
4	Bleu
5	Bleu
6	Bleu

L'un d'eux commet une erreur dans son raisonnement. Départager Théo et Halima en justifiant votre choix.

.....

Utilisation de la calculatrice

Utiliser la commande :

- $\text{RanInt}\#(1;6)$ sur les Casio
- $\text{Randn}(1;6)$ sur les TI



a) **Travail seul** : Effectuer vous-même une simulation à la calculatrice de 50 tirages de jetons. et remplir le tableau :

Pour 50 tirages	Rouge	Vert	Bleu
Effectif			

b) Regrouper les résultats obtenus par la classe dans ce nouveau tableau (donner éventuellement des valeurs approchées au centième près) :

Pour tirages	Rouge	Vert	Bleu
Effectif			
Fréquence			

Etape 3 Calculs de probabilités

Questions flash :

- Quand on lance un dé cubique classique, non truqué, quelle est la probabilité d'obtenir la face 2 ? la face 4 ? la face 5 ?

$p(2) = \dots\dots\dots$ $p(4) = \dots\dots\dots$ $p(5) = \dots\dots\dots$

- Un dé cubique non classique est constitué d'une face 1, de deux faces 4 et de trois faces 5. Quelle est la probabilité d'obtenir la face 2 ? la face 4 ? la face 5 ?

$p(2) = \dots\dots\dots$ $p(4) = \dots\dots\dots$ $p(5) = \dots\dots\dots$

- Quand on lance une pièce équilibrée, quelle est la probabilité d'obtenir Pile ? d'obtenir Face ?

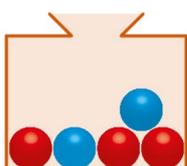
$p(P) = \dots\dots\dots$ $p(F) = \dots\dots\dots$

- Une pièce truquée présente le côté Pile avec une probabilité de $\frac{2}{3}$. Quelle est la probabilité Face ?

$p(F) = \dots\dots\dots$

- Quand on pioche une boule dans un sac qui contient 3 boules rouges, 1 boule jaune et 1 boule verte, quelle est la probabilité d'obtenir une boule blanche ? une boule noire ? une boule qui ne soit pas jaune ?

$p(R) = \dots\dots\dots$ $p(N) = \dots\dots\dots$ $p(\text{non } J) = \dots\dots\dots$



- L'urne ci-contre contient 2 boues bleues et 3 boules rouges. On pioche 100 fois de suite une boule dans cette urne en la remettant à chaque fois avant d'en reprendre une.

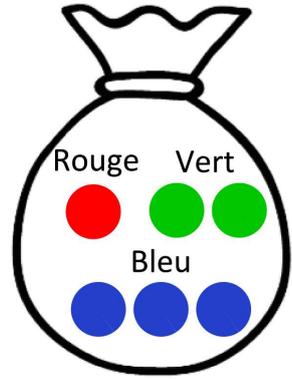
Combien de boules rouges puis-je espérer piocher ?

.....

Activité *Tirer un jeton dans un sac*

Enoncé :

Un sac contient les jetons ci-contre.
L'expérience consiste à tirer au hasard un jeton dans ce sac et noter sa couleur.
On remet le jeton avant d'effectuer un nouveau tirage.



Etape 1 **Simulation par expérience pratique**

a) Que peut-on penser de l'affirmation suivante ? La corriger si nécessaire.

Affirmation « Comme il y a trois couleurs différentes, la probabilité de tirer un jeton rouge est la même que celle de tirer un jeton vert ou de tirer un jeton bleu, à savoir $1/3$. »

.....

.....

b) *Travail en binôme :*

Effectuer 20 tirages avec le sac qui vous a été remis et remplir le tableau :

Pour 20 tirages	Rouge	Vert	Bleu
Effectif			
Fréquence			

c) Regrouper *les résultats obtenus par la classe* dans ce nouveau tableau.
Arrondir les fréquences au centième.

Pour tirages	Rouge	Vert	Bleu
Effectif			
Fréquence			

d) Compléter : Les sont différentes des mais plus on effectue de et plus

Etape 2 **Simulation sur calculatrice**

Deux élèves souhaitent simuler l'expérience précédente en réalisant 50 tirages de jetons à l'aide de leur calculatrice. Ils sont pratiquement d'accord sur la procédure à suivre mais ils n'arrivent pas à se mettre d'accord. Voici leur idée :

Ils veulent tous les deux afficher sur l'écran de leur calculatrice un nombre entier aléatoire.

Mais Théo affirme que le nombre doit être compris entre 1 et 3 et Halima pense quant à elle que c'est entre 1 et 6. Et pour cause ! Voici les deux tableaux proposés par chacun :

Théo propose d'associer un entier par couleur.

Nombre	Couleur
1	Rouge
2	Vert
3	Bleu

Halima voudrait aussi associer un entier mais par jeton.

Halima voudrait aussi associer un entier mais par jeton.

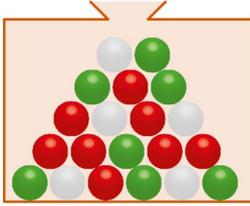
Nombre	Couleur
1	Rouge
2	Vert
3	Vert
4	Bleu
5	Bleu
6	Bleu

L'un d'eux commet une erreur dans son raisonnement. Départager Théo et Halima en justifiant votre choix.

.....

.....

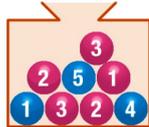
17 Une urne contient 5 boules blanches, 7 boules vertes et 8 boules rouges. On tire au hasard une boule de l'urne et on note sa couleur.



a. Donner les issues de cette expérience aléatoire.

b. Exprimer la probabilité de chaque issue à l'aide d'une fraction la plus simple possible.

18 On tire une boule au hasard dans cette urne.



1. On s'intéresse à la couleur de la boule tirée.

a. Quelles sont les issues de l'expérience ?

b. Indiquer la probabilité de chacune d'elles.

2. On s'intéresse maintenant au nombre inscrit sur la boule.

a. Quelles sont les issues de l'expérience ?

b. Indiquer la probabilité de chacune d'elles.

3. Vérifier que pour chacune des deux expériences, la somme des probabilités des issues est égale à 1.

BILAN de cours

- Une expérience est dite **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats possibles (appelés **issues** ou encore **éventualités**) et qu'on ne peut pas prévoir avec quelle issue se produira.
- On appelle **événement** un ensemble
- La **probabilité** d'un événement est un nombre compris entre et, calculé par le quotient :
- On appelle **événement certain** un événement dont la probabilité vaut
- On appelle **événement impossible** un événement dont la probabilité vaut

Expérience →	Lancer un dé cubique classique équilibré	Jouer au Chifoumi (Pierre, feuille, ciseaux)	Tirer un penalty	Tirer une boule dans une urne opaque qui contient les lettres du mot CARAPACES .
Est-elle aléatoire ?	<input type="checkbox"/> Oui <input type="checkbox"/> Non			
Ensemble de toutes les issues (éventualités) possibles				
1 événement (par exemple)				
1 événement certain 1 événement impossible				
2 événements contraires				
Probabilités				

Activité 4 Événements contraires

On lance un dé classique à 6 faces et on considère les événements suivants :

I : « Obtenir un chiffre impair »

A : « Obtenir 1 ou 2 »

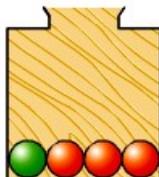
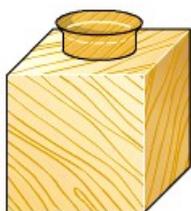
On note **non I** l'événement contraire de I et **non A** l'événement contraire de A.

Questions

- Calculer $p(I) + p(\text{non } I)$.
- Calculer $p(A) + p(\text{non } A)$
- Quelle propriété peut-on conjecturer ?
- Quelle est la probabilité de ne pas obtenir un 6 en lançant le dé ?
- Un ami magicien possède beaucoup d'objets bizarres, notamment un dé truqué dont la face 6 a une probabilité de 0,3 de sortir. Quelle est la probabilité de ne pas obtenir un 6 en lançant ce nouveau dé ?

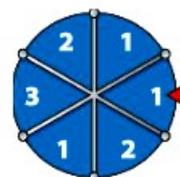
Activité 5 Expériences à deux épreuves

Expérimenter avec une urne et une roue

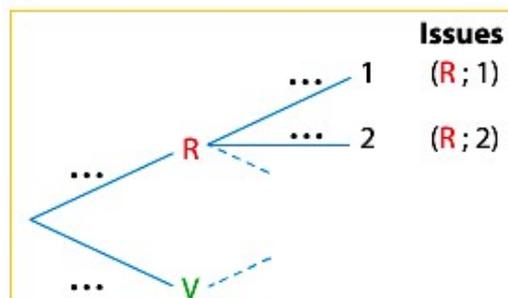


Une expérience consiste à :

- tirer d'abord une boule au hasard de l'urne ci-contre, puis la reposer dans l'urne ;
- tourner ensuite la roue bien équilibrée ci-contre.



Une issue de cette expérience est par exemple **(R ; 1)** : cela signifie que l'on a tiré une boule rouge de l'urne et que le 1 est sorti sur la roue.



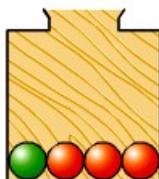
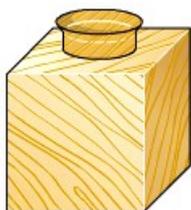
Questions

- Comprendre d'abord pourquoi, après calcul, $p(R ; 1) = \frac{3}{8}$ puis compléter la propriété ci-dessous.
- Terminer et compléter ensuite l'arbre des possibles pondéré par les probabilités.

Propriété

Avec l'arbre d'une expérience aléatoire à deux épreuves, la probabilité de l'issue auquel conduit un chemin est égale des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

Expérimenter avec une urne et une roue

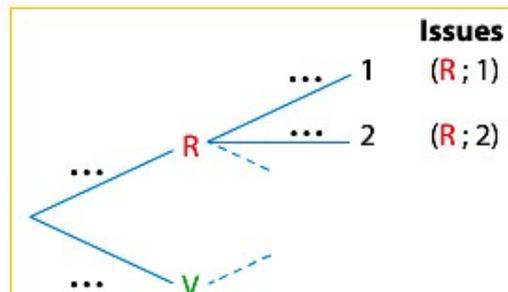


Une expérience consiste à :

- tirer d'abord une boule au hasard de l'urne ci-contre, puis la reposer dans l'urne ;
- tourner ensuite la roue bien équilibrée ci-contre.



Une issue de cette expérience est par exemple (R ; 1) : cela signifie que l'on a tiré une boule rouge de l'urne et que le 1 est sorti sur la roue.



Questions

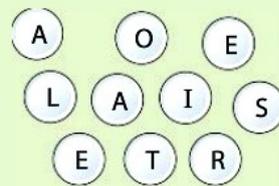
– Comprendre d'abord pourquoi, après calcul, $p(R ; 1) =$ puis compléter la propriété ci-dessous.

– Terminer et compléter ensuite l'arbre des possibles pondéré par les probabilités.

Propriété Avec l'arbre d'une expérience aléatoire à deux épreuves, la probabilité de l'issue auquel conduit un chemin est égale des probabilités rencontrées le long de ce chemin.

On tourne les jetons ci-contre sur une table de façon à ne pas voir la lettre qui est inscrite. On les mélange.

- On tire au hasard un jeton ; on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V), on le repose et on mélange ;
- on tire ensuite un deuxième jeton au hasard et on note s'il porte une consonne (C) ou une voyelle (V).



a. Dessiner l'arbre des possibles pondéré par les probabilités sous forme décimale.

b. Calculer la probabilité de tirer deux consonnes.